

Opgave 1**Indledning til begrebet tangent.**

En tangent er en ret linje, der følger en bestemt kurve og har netop et røringspunkt i dette lokale område for grafen.

Da tangenten er en ret linje, vil ligningen for denne være på samme form som den rette linjes ligning: $y=a \cdot x + b$ Hvor a er tangenthældningen og b er tangentens skæring med andenaksen.

Vi vil nu undersøge tangentens ligninger i forskellige røringspunkter med grafen for forskriften $f(x)=x^2$

Indtegn kurven for $f(x)$ og indsæt et punkt på kurven. *Geometri▶punkter og linjer▶punkt.*

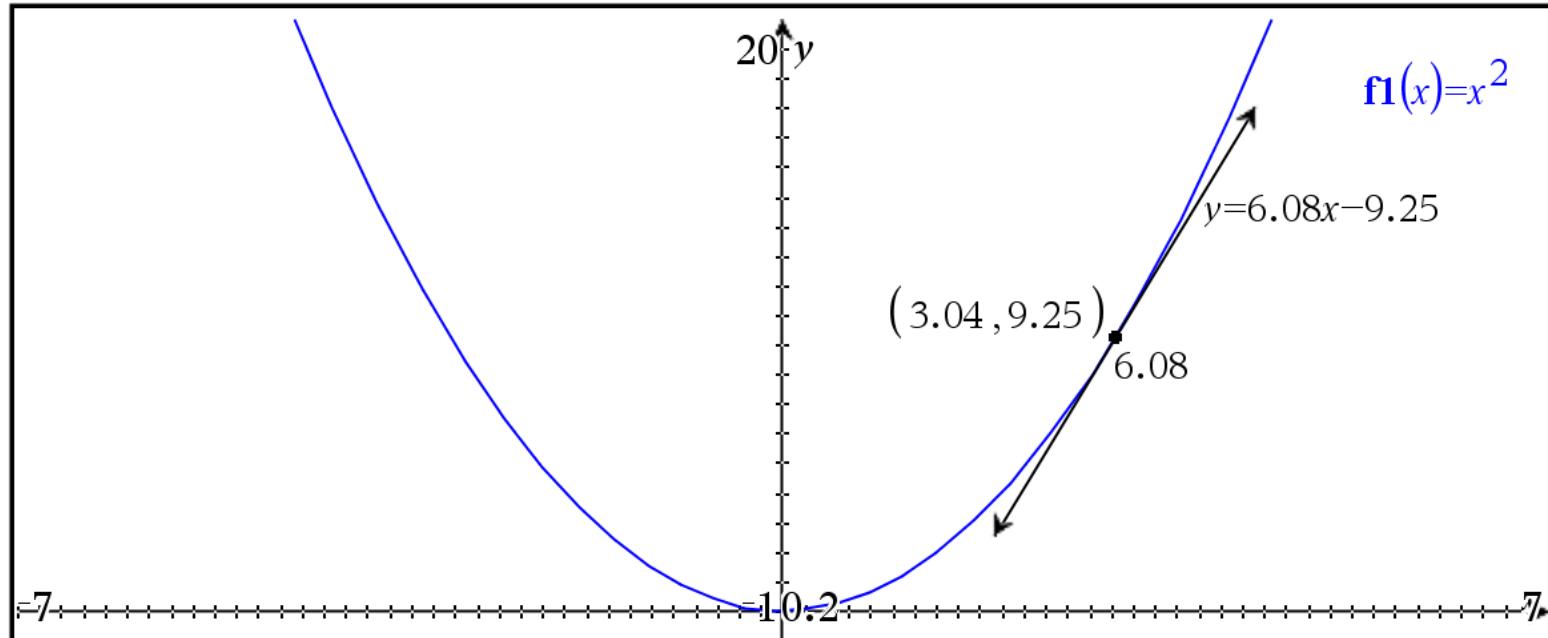
Indsæt nu en tangent i dette røringspunkt. *Geometri▶punkter og linjer▶tangent*

Tangentlinjen kan forlænges ved at trække i pilene.

Tag nu fat i røringspunktet og flyt dette rundt på kurven. Er der sammenhæng mellem tangenthældningen og kurvens form? Hvad sker der med tangenthældningen, når røringspunktet er i $x=0$? Når x -værdien vokser fra $x=0$? Når x -værdien aftager fra $x=0$?

Tangenthældningen i røringspunktet kan også bestemmes på en anden måde udover at aflæse hældningskoefficienten i den fremkomne tangenligning. *Undersøg grafer▶ 6:dy/dx* Klik herefter på røringspunktet.

Dette kaldes også for en differentialkvotient (tangentens og dermed kurvens hældning).



Opgave 2**Indledning til begrebet sekant.**

En sekant er en ret linje, der følger en bestemt kurve og har to røringspunkter i dette lokale område for grafen.

Vi vil nu undersøge sekanten med røringspunkterne $(x_1, y_1) = (1, 1)$ og $(x_2, y_2) = (4, 16)$ på grafen med forskriften $f(x) = x^2$

Indsæt nu de to punkter og tegn en linje gennem dem. Geometri▶punkter og linjer▶linje. Vælg derefter de to punkter, som sekanten skal gå igennem med.

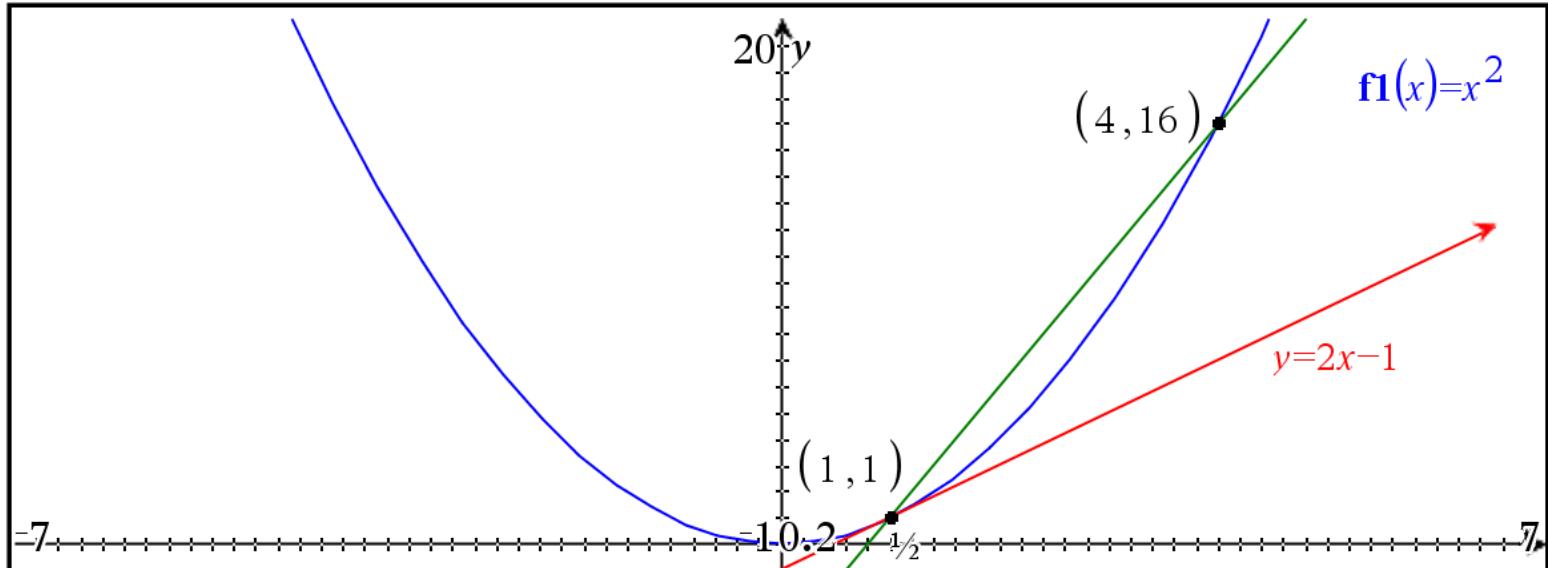
Indsæt nu en tangent i sekantens første røringspunkt.

Vi vil nu forsøge at bestemme tangenthældningen i første røringspunkt ud fra sekantens hældning. Denne metode kaldes også en numerisk differentiation. Da sekanten er en ret linje kan hældningen bestemmes ud fra de to røringspunkter. $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Udregn sekanthældningen ud fra de to punkter.

Flyt nu sekantens andet røringspunkt tættere på første røringspunkt og udregn sekanthældningen. Start med at sætte $(x_2, y_2) = (2, 4)$, $(x_2, y_2) = (1.1, 1.21)$ og $(x_2, y_2) = (1.01, 1.02)$

Hvilken værdi vil sekanthældningen nærme sig? Sammenlign med tangenthældningen.

Hvad sker der med sekantlinjen og tangentlinjen, jo tættere sekantens to røringspunkter kommer på hinanden?



Opgave 3

Med udgangspunkt i en parabel med forskriften $f(x)=x^2+1$ vil vi beregne ligninger for sekanten gennem et bestemt punkt $(x_1, y_1)=(1, 2)$ og tegne deres grafer. Vi begynder med at tegne grafen for $f(x)$.

Vi vil først beregne ligningen for en sekant gennem det faste punkt $(x_1, y_1)=(1, 2)$ og et andet punkt $(x_2, y_2)=(3, 10)$ og tegne den. Først definerer vi koordinaternes værdier. Vi beregner hældning og afskæring og kan derefter opstille en ligning for sekanten.

$$f(x) := x^2 + 1 \quad \text{Udført}$$

$$x_1 := 1 \quad 1$$

$$y_1 := f(1) \quad 2$$

$$x_2 := 3 \quad 3$$

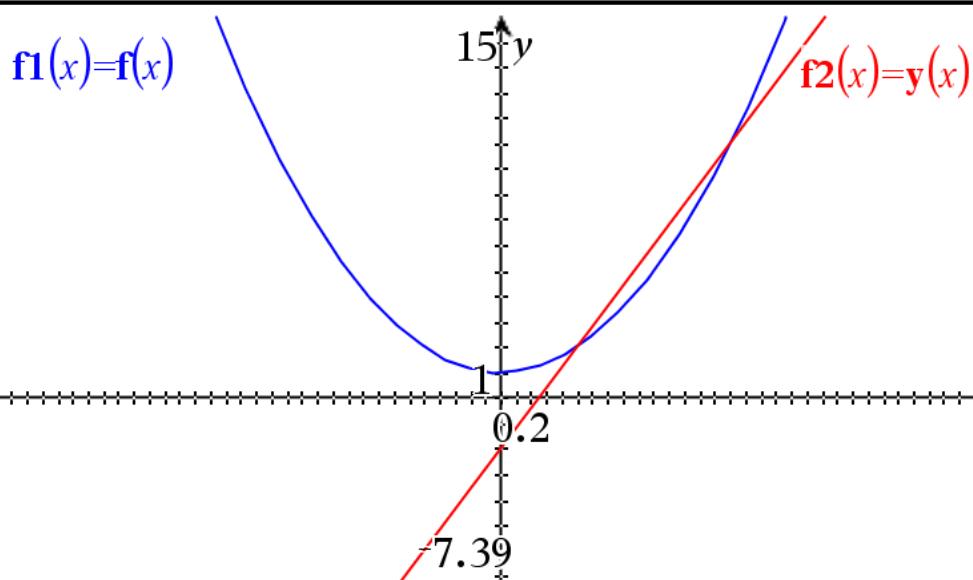
$$y_2 := f(3) \quad 10$$

$$a := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad 4$$

$$b := y_1 - a \cdot x_1 \quad -2$$

$$y(x) := a \cdot x + b \quad \text{Udført}$$

$$y(x) \quad 4 \cdot x - 2$$



Opgave 4

Vi fortsætter med eksemplet fra forrige opgave, men ændrer det andet punkt (3,10), så det bliver et løbende punkt. Det gør vi ved at indføre variablen h , så $x_2 = x_1 + h$. Ideen er, at man senere kan indføre en skyder, så man grafisk kan se, hvordan sekanten ændrer sig med h .

$$f(x) := x^2 + 1 \quad \text{Udført}$$

$$x_1 := 1 \rightarrow 1$$

$$x_2 := x_1 + h \rightarrow 2.812$$

$$y_1 := f(1) \rightarrow 2$$

$$y_2 := f(x_2) \rightarrow 8.90734$$

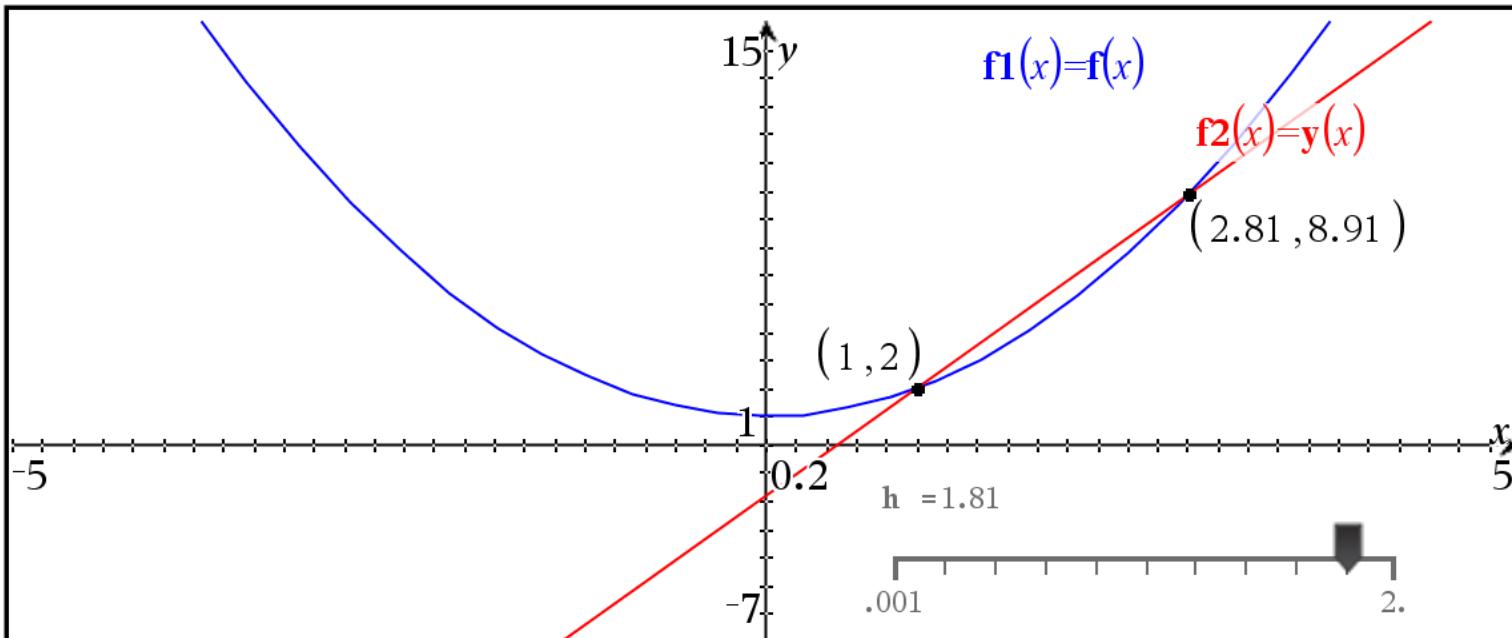
$$a := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow 3.812$$

$$b := y_1 - a \cdot x_1 \rightarrow -1.812$$

$$y(x) := a \cdot x + b \quad \text{Udført}$$

$$y(x) \rightarrow 3.812 \cdot x - 1.812$$

Opret en skyder h i intervallet fra 0,001 til 2. *Handlinger* → opret skydere



Eksperimenter med skyderen. Hvad sker der med sekanten, når værdien af h bliver mindre og mindre (tæt på 0)? Aflæs sekantens hældning, når h er mindst.

Gentag ovenstående undersøgelse, idet h nu er med skyder, der løber i intervallet $[-2, -0.001]$. Hvad sker der med sekantens hældning, når h er tættest på 0?

Hvis de to sekanter nærmer sig en fælles grænsestilling (en linje, der kun rører i et punkt), siger man, at parablen har en tangent i $(1,2)$.

Ca. hvilken hældning har parablens tangent i punktet $(1,2)$?

Opgave 5

Vi vil nu anvende samme fremgangsmåde som i opgave 4 for at bestemme tilnærmede hældninger for tangenterne i bestemte røringspunkter for den givne funktion $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 7$

Bestem først koordinatsættene for kurvens lokale maximum og minimum (toppunkterne).

Undersøg grafer ▶ 2: Minimum og dernæst 3: Maksimum

Prøv nu at bestemme tilnærmede hældninger for tangenterne i røringspunkterne for kurvens lokale maksimum og minimum. Hvilke tangenthældninger får du? Konklusion?

Prøv også at bestemme tangenthældningerne i røringspunkter:

Før det lokale maksimum.

Mellem det lokale maksimum og minimum.

Efter det lokale minimum.

Hvilket fortegn for tangenthældningen får du? Konklusion?

